

1. Relación lineal de variables

En este laboratorio aprenderá a realizar análisis de resultados para los laboratorio de física, considerando la importancia de aprender a organizar la información, conocer las constantes y variables que puede encontrar, cómo gráficas y qué información puede obtener a partir de los gráficos.

1.1 Objetivos

1.1.1 General

Aprender a realizar análisis de resultados en laboratorios de física, cuando la relación entre las variables es lineal, a partir de un análisis gráfico, analítico y estadístico.

1.1.2 Específicos

- Conocer la estructura de una guía de laboratorio.
- Identificar las variables y constantes presentes en una práctica de laboratorio.
- Determinar y comprobar la relación lineal entre dos variables.
- Realizar gráficas en papel milimetrado a partir de un análisis lineal de variables.
- Determinar la ecuación de un conjunto de datos que se ajusta mediante una línea recta haciendo uso del método mínimos cuadrados.
- Determinar la ecuación de un conjunto de datos que se ajusta mediante una línea recta haciendo uso de Excel.
- Realizar una análisis comparativo entre, determinar pendientes de la recta por promedio aritmético y por mínimos cuadrados.
- Hallar error porcentual en una práctica de laboratorio.

1.2 Marco Teórico

1.2.1 Estructura de una guía de laboratorio en física

Las guías de laboratorio que se trabajan en el departamento de física, pretenden brindar una orientación al estudiante sobre el quéhacer en un práctica de laboratorio, se muestra a continuación la estructura general de una guía de laboratorio, explicando cada uno de sus componentes.

- **Título**

Muestra de forma clara y puntual la temática a trabajar en el laboratorio virtual.

- **Objetivo General**

Responde a la pregunta ¿qué vamos a hacer?

Permite al estudiante establecer una ruta de trabajo, pues se pretende que en el objetivo del laboratorio el estudiante identifique cuál debe ser el resultado de su trabajo, para que en el desarrollo del informe de laboratorio pueda reflejar en las conclusiones el resultado de su trabajo en torno a lo que se pretende lograr.

- **Objetivos específicos**

Responde a la pregunta ¿Cuáles son los pasos a seguir?

Si bien en el objetivo general se muestra la ruta general de trabajo, con los objetivos específicos se pretende brindar una serie de pasos necesarios para lograr el objetivo general, de tal forma que cumplir a cabalidad con los objetivos específicos puede conducir al cumplimiento del objetivo general.

- **Marco teórico**

Responde a la pregunta ¿Qué necesito saber?

En el marco teórico puede encontrar la información necesaria para el desarrollo de la práctica de laboratorio, es importante tener en consideración que el estudiante en una actitud de aprendizaje crítico, tiene la responsabilidad de ahondar en dicha información, contrastarla y verificarla, de tal forma que tenga una total comprensión de la temática a abordar en el laboratorio. El marco teórico es un elemento que da contexto al estudiante, quien luego deberá redactar su propio marco teórico en el informe de laboratorio.

- **Actividades previas al laboratorio**

Consiste en una serie de preguntas y situaciones que el estudiante deberá resolver antes de iniciar la práctica de laboratorio, el objetivo de esta sección es garantizar que hubo una apropiación del marco teórico y que el estudiante además de tener las herramientas suficientes,

sabe cuál debe ser su trabajo en la práctica experimental virtual.

- **Herramienta virtual**

Indica el link en el que se encuentra el simulador para el trabajo virtual, en algunas guías también se ofrecerá una ruta alternativa de búsqueda en caso de que el link no funcione correctamente, considerando que las páginas web actualizan sus contenidos y las direcciones url cambian.

- **Toma y análisis de datos**

Se dan instrucciones específicas de los pasos a seguir para el desarrollo del laboratorio, en términos de los datos a recoger del simulador, la organización en tablas y gráficos, y el tratamiento estadístico.

Se pretende que es estudiante siguiendo esta estructura logre realizar los análisis pertinentes, para luego redactar el informe de laboratorio.

- **Referencias**

Citas bibliográficas de los documentos utilizados para la redacción de la guía de laboratorio.

1.2.2 Magnitudes en una práctica de laboratorio

Cuando se realizan prácticas de laboratorio en física, se establecen dos tipos de magnitudes en coherencia con el fenómeno que se esté trabajando, las variables y las constantes.

Las variables se dividen en dos, dependientes e independientes, se diferencian entre sí porque como su nombre lo indica, siempre habrá una variable que depende de la otra.

Las constantes son aquellas cantidades que no cambian en la ecuación, independientemente de los valores que tomen las variables. Cuando se realizan situaciones experimentales, generalmente se busca dar distintos valores a la variables, para poder establecer el valor de la constante, y en función de los resultados, establecer conclusiones en torno al valor encontrado para la constante.

Organización de la información

Para organizar la información de un laboratorio se utilizan fundamentalmente dos herramientas, tablas y gráficos.

- **TABLAS**

Las tablas pueden presentarse de forma horizontal o vertical, y en ellas se dispone de un espacio para ubicar los posibles valores que han de tomar las variables, generalmente se ubica en la primera fila o columna la variable dependiente, sin embargo, la organización de la tabla

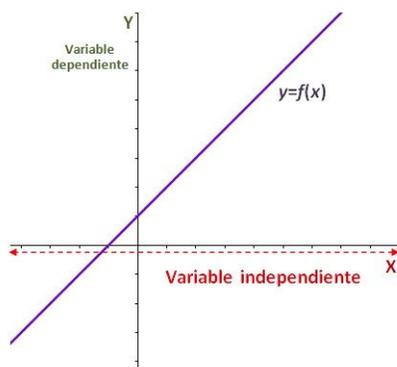


Figura 1.1: Ubicación de variables en el gráfico

es decisión del experimentador.

Variable dependiente										
Variable independiente										

Cuadro 1.1: Ejemplo de tabla horizontal

Una tabla puede tener información de diferentes variables, según la necesidad del experimentador, y en ella no se ubican los valores de las constantes, pues esto implicaría copiar el mismo valor en cada celda de la tabla, lo que es un trabajo innecesario.

Para la elaboración de su informe de laboratorio tenga en cuenta que las tablas, se numeran con un consecutivo y se les asigna una etiqueta que explica la información contenida en la misma.

■ GRÁFICOS

Graficar es una estrategia utilizada por los experimentadores para comprobar el tipo de relación que existe entre las variables y facilitar la observación de dependencia, el análisis y la presentación de la información.

La forma correcta de graficar variables será ubicando en el eje horizontal la variable independiente, y en el eje vertical la variable dependiente, como se observa en la figura 1.1

A la hora de realiza gráficos es importante tener en cuenta las siguientes sugerencias:

1. Utilice una escala que le resulte cómoda, tenga en cuenta que puede utilizar escalas diferentes en cada eje, pero no puede cambiar la escala establecida de un punto a otro.
2. Asegúrese de rotular los ejes, señalando la variable que grafica y la unidad de medida en la que se encuentra.
3. No una con una línea curva todos los puntos gráficos en secuencia, trace la función que

más se aproxime, procurando tocar la mayor cantidad de puntos.

1.2.3 Fenómeno físico

En esta guía se realiza un trabajo de análisis utilizando como ejemplo la ley de Hooke, que establece una relación entre la fuerza recuperadora de un resorte, como función la deformación del mismo.

Al respecto de la ley de Hooke, Sears Zemansky (2009) afirman que *"La observación de que el alargamiento (no excesivo) es proporcional a la fuerza fue hecha por Robert Hooke en 1678 y se conoce como ley de Hooke; sin embargo, no debería llamarse "ley", pues es una afirmación acerca de un dispositivo específico y no una ley fundamental de la naturaleza."*

$$F = k \cdot x \quad (1.1)$$

En esta situación, lo primero es comprender que la Ley de Hooke establece que siempre que se ejerce una fuerza a un resorte, éste (por su energía potencial elástica) ejercerá una fuerza que busca recuperar la longitud del resorte, de tal forma que en la ecuación la F hace referencia a la fuerza recuperadora del resorte, x se refiere a la elongación que sufre el resorte y k es una constante que depende de cada resorte.

Dicho esto se puede evidenciar que tenemos en esta situación tenemos dos variables F y x , en donde la fuerza recuperadora (F) depende de la elongación que sufra el resorte (x), entonces F será la variable dependiente y x la variable independiente del sistema.

Ahora, si la variación de x constituye un cambio proporcional en F es decir que si x se incrementa en un determinado valor, por ejemplo el doble, entonces F también se incrementa el doble; así mismo si la variable independiente x se disminuye a la mitad la variable dependiente F también lo hará, y en general si una varía en un factor determinado (k), la otra también varía en el mismo factor (k) obteniendo así que cociente entre las dos variables será constante para cualquier par de puntos.

Dada esta situación la magnitud k sería siempre constante, pues está estableciendo la razón de cambio entre F y x .

En la experiencia se atará una masa al resorte, de tal forma que el peso de dicha masa producirá una elongación en el resorte, como el resorte queda en equilibrio, entonces la fuerza ejercida por el peso será igual a la fuerza recuperadora del resorte.

$$F = m \cdot g \quad (1.2)$$

$$m \cdot g = k \cdot x \quad (1.3)$$

Así que conociendo el valor de la masa m , el valor de la gravedad $g = 9,8m/s^2$ y deformación del resorte x , se puede conocer el valor de la constante k

$$k = \frac{m \cdot g}{x} \quad (1.4)$$

Relacionando la ecuación 1.3 con la expresión matemática para la recta 1.5 podemos identificar una correspondencia entre y y $m \cdot g$, m y k y finalmente x de la elongación con x de la ecuación de la recta.

$$y = m \cdot x + b \quad (1.5)$$

De forma tal que la pendiente de la recta m está en correspondencia con la constante del resorte k .

Aquí se hace evidente que la relación planteada en la ley de Hooke es lineal, y por lo tanto, realizando una regresión lineal y determinando el valor de la pendiente de la recta es posible hallar el valor de la constante del resorte k

1.2.4 Hallar pendiente por método tradicional

Siguiendo el método tradicional, el procedimiento a realizar consiste en determinar el valor de la pendiente comparando parejas ordenadas y siguiendo la ecuación 1.6

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \quad (1.6)$$

1.2.5 Hallar pendiente por el método de los mínimos cuadrados

El método de los mínimos cuadrados se utiliza para determinar el valor de la pendiente y el punto de corte de una recta, reduciendo al mínimo el error cuadrático.

Para hallar la pendiente se utiliza la expresión:

$$m = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - \sum x \cdot \sum y}{n \cdot \sum x^2 - |\sum x|^2} \quad (1.7)$$

Para hallar el punto de corte se utiliza la expresión:

$$b = \frac{\sum y \cdot \sum x^2 - \sum x \cdot \sum x \cdot y}{n \cdot \sum x^2 - |\sum x|^2} \quad (1.8)$$

En donde

- n representa el número de datos.
- $\sum x \cdot y$ representa la sumatoria de la multiplicación de cada valor de la variable dependiente con cada valor de la variable independiente.
- $\sum y$ representa la sumatoria de todas las variables dependientes.
- $\sum x$ representa la sumatoria de todas las variables independientes.

	A	B	C	D	E
1					
2		y	x		
3			10	1	
4			20	2	
5			30	3	
6			40	4	
7			50	5	
8			60	6	
9			70	7	
10			80	8	
11			90	9	
12			100	10	
13					
14					
15					
16					
17					

Figura 1.2: Tabla con datos en Excel

- $\sum x^2$ representa la sumatoria del cuadrado de las variables dependientes.
- $|\sum x|^2$ representa la sumatoria de todas las variables dependientes elevadas al cuadrado

1.2.6 Hallar pendiente con Excel

En esta sección se ejemplifica el proceder en el programa Excel del paquete de office, para graficar, agregar línea de tendencia y visualizar la ecuación correspondiente al grupo de datos.

Pasos a seguir

1. Dada una tabla de datos, en donde se ubican en la primera columna los datos correspondientes a la variable dependiente y en la segunda columna los datos de la variable dependiente, como se observa en la figura 1.2
2. Se procede a graficar los datos obtenidos, haciendo uso de la herramienta "insertar gráfico, XY dispersión" como se observa en la figura 1.3
3. Dando click derecho sobre los puntos y seleccionando la opción "seleccionar datos" (imagen 1.4) se ubican los datos de la variable dependiente en y y la variable independiente en x seleccionando los datos correspondiente a cada variable, como se observa en la figura 1.5
4. Se tiene como resultado la ubicación de las parejas ordenadas como puntos en la gráfica, como se observa en la figura 1.6
5. Luego se agrega la línea de tendencia de los puntos, dando click derecho sobre los puntos y seleccionando la opción "Agregar línea de tendencia...", como se observa en la figura 1.7

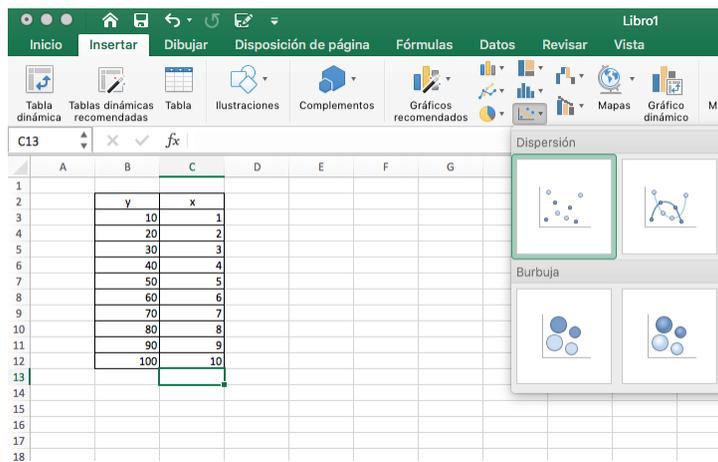


Figura 1.3: Insertar gráfico de dispersión

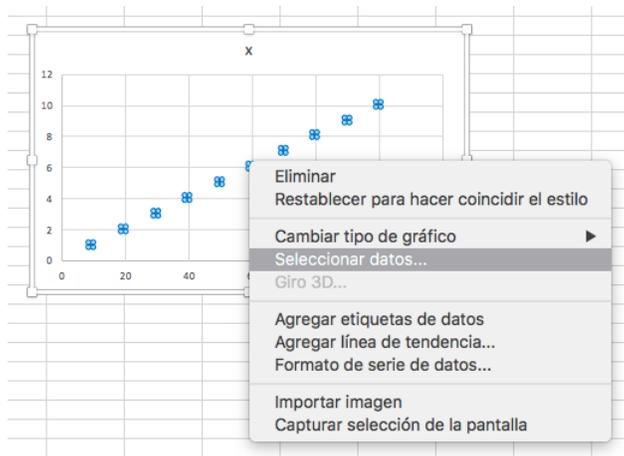


Figura 1.4: Opción "seleccionar datos" @

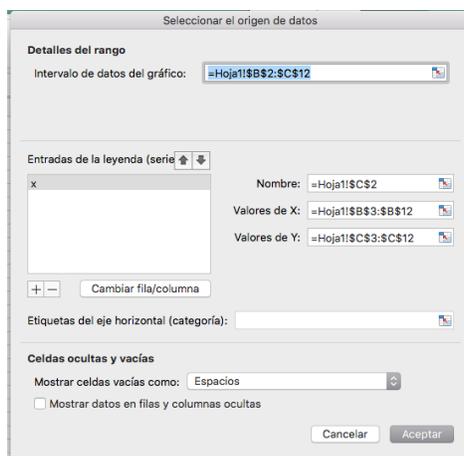


Figura 1.5: Ubicar datos correspondientes a la variable dependiente y independiente

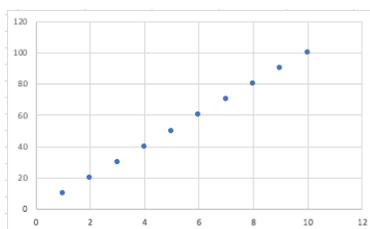


Figura 1.6: Gráfico de dispersión

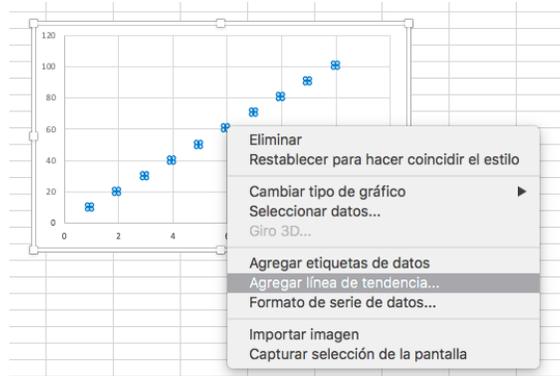


Figura 1.7: Agregar línea de tendencia

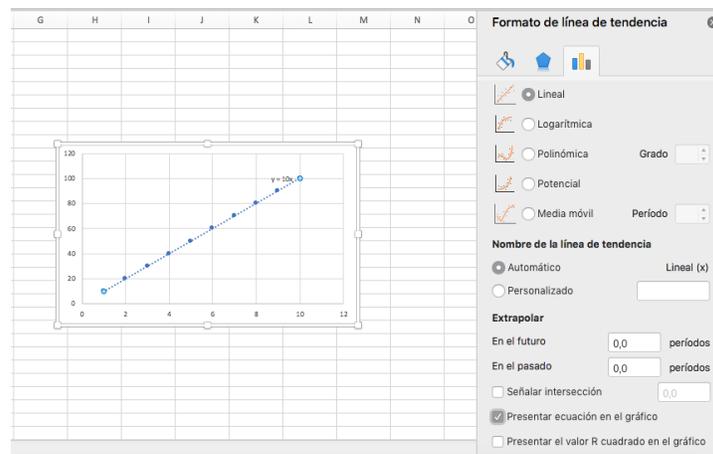


Figura 1.8: Configurar línea de tendencia.

6. Ya se ha establecido que la relación entre las variables es lineal, además en la gráfica 1.6 se puede observar la tendencia lineal de los puntos, por tal razón se selecciona la tendencia "Lineal" además se selecciona la opción "Presentar ecuación en el gráfico", como se observa en la figura 1.8
7. La ecuación arrojada por *Excel*, muestra que la pendiente de la recta equivale a 10 (figura 1.8, lo que implica que si los datos allí ubicados fuesen los obtenidos en la práctica experimental, entonces 10 sería el valor de la constante.

1.3 Actividades Previas al Laboratorio

Resuelva las siguientes actividades antes de la clase de laboratorio virtual, el desarrollo de las actividades previas le permite tener herramientas para el trabajo durante la clase

1. ¿Qué es una variable dependiente?, ¿Qué es una variable independiente? y ¿cómo se ubican en un gráfico?
2. ¿Cuáles son los aspectos a tener en cuenta al realizar un gráfico en papel milimetrado?
3. Con base en los datos de la tabla 1.2 , realice el cálculo de la pendiente y el punto de corte utilizando el método de mínimos cuadrados

x	1,1	2,3	2,9	3,7	5,4	6,1	7	8,2	8,9	9,8
y	11	23	29	42	53	63	72	78	87	99

Cuadro 1.2: Datos de prueba para mínimos cuadrados

4. Realice el gráfico y en función de x , en papel milimetrado, con base en los datos de la tabla 1.2. Determine la pendiente por el método tradicional y compárela con la que halló según el método de los mínimos cuadrados.
5. Realice el gráfico y en función de x , en *Excel*, con base en los datos de la tabla 1.2. Obtenga la ecuación de la recta y compare las pendientes halladas por cada uno de los métodos. ¿Qué análisis puede realizar con base en los resultados?
6. Lleve dos hojas de papel milimetrado a la clase.

1.4 Herramienta virtual

Para la práctica virtual se hará uso del simulador disponible en el link:

<http://www.educaplus.org/game/ley-de-hooke>

En caso de no poder acceder desde el link, puede utilizar el buscador de su navegador, digitando `.educaplus ley de hookez` accediendo al primer resultado de la búsqueda como se observa en la figura 1.9

1.5 Toma y análisis de Datos

1. Observe e identifique el entorno de trabajo y las variables que maneja el paquete, ¿cuáles son y en qué unidades de medida se encuentran?



Figura 1.9: Ejemplo con el buscador de Google

- Realice toma de datos para el muelle sin masa alguna dando click en el boton anotar, luego desplace el plato de 20g hacia el gancho de la parte inferior del resorte, espere que el sistema llegue al punto de equilibrio y de click en el botón anotar.
- Repita el procedimiento desplazando una a una las masas de 5g, 10g y 20g. Registre sus datos en la tabla 1.3

$m(kg)$	0	0,02	0,025	0,035	0,055
$m \cdot g(N)$					
$x(m)$					

Cuadro 1.3: Datos muelle 1

- Grafique en papel milimetrado la fuerza $m \cdot g$ contra la elongación x
- Halle la constante del muelle 1, determinando la pendiente por el método tradicional.
- Halle la constante del muelle 1, determinando la pendiente por el método de mínimos cuadrados.
- Halle la constante del muelle 1 haciendo la regresión lineal en Excel
- Compare los tres datos encontrados de la constante del muelle 1, ¿Qué opinión le merece?
- Repita los enunciados 5, 6 y 7 para los muelles 2 y 3.

1.6 Referencias

 SEARS, F. W., ZEMANSKY, M. W. Y YOUNG, H. D. : Física Universitaria. Addison - Wesley Iberoamericana. (2009)

 TIPLER, P. A.: “Física”. Vol. I. Ed. Reverte, Barcelona.

- Ⓡ SERWAY, R. A.: “Física”. Tomo I McGraw- Hill (2002).