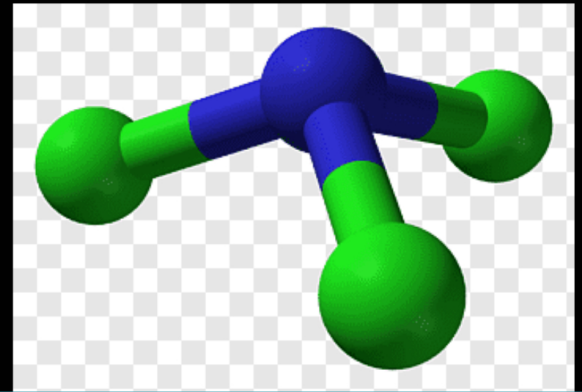
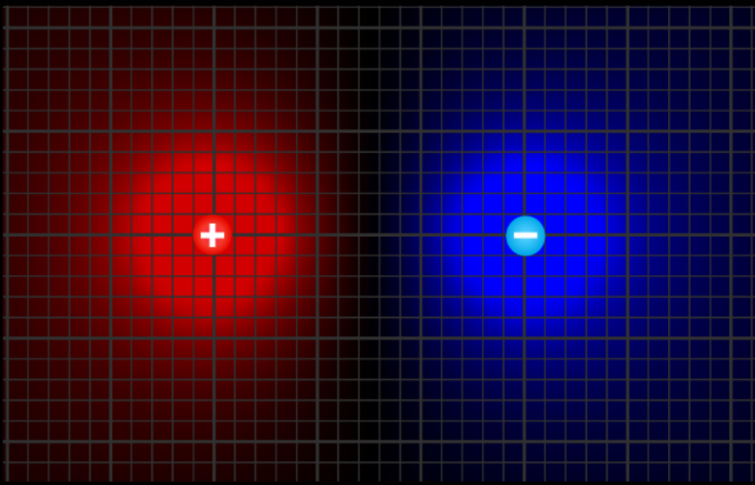




1. Dipolo Eléctrico y Momento Dipolar

1.1 Objetivos

1.1.1 General

Estudiar el potencial eléctrico y el campo eléctrico de un sistema físico conocido como dipolo eléctrico, y construir sus curvas equipotenciales.

1.1.2 Específicos

- Estudiar el potencial y el campo eléctrico de un dipolo eléctrico.
- Construir en un simulador las curvas equipotenciales.
- Reconstruir las curvas equipotenciales por medios matemáticos.

1.2 Marco Teórico

Uno de los sistemas eléctricos más simples es el **dipolo eléctrico**. Este se define como una carga positiva q y una carga negativa $-q$ separadas por una distancia d , como se muestra en la Figura 1.1. Los dipolos eléctricos constituyen modelos muy simples, pero a la vez muy útiles, para describir el comportamiento de diversos sistemas y fenómenos en la naturaleza. Tal es el caso de la *polarización eléctrica* de materiales, proceso en el cual las moléculas que conforman un material se orientan en la dirección de un campo eléctrico externo. Por otra parte, la molécula de agua H_2O se considera, por varias razones, como un dipolo eléctrico. Gracias a este comportamiento como dipolo eléctrico, el agua es un perfecto solvente para sustancias sódicas como el cloruro de sodio, o más conocida como sal de mesa. Se pueden consultar más detalles en [3]. Otro caso interesante de aplicación de la teoría de los dipolo eléctricos está relacionado con la *Fuerza de Van der Waals*. Esta última es la interacción que explica porque los *lagartos gecko* pueden trepar por las paredes y techos [1].

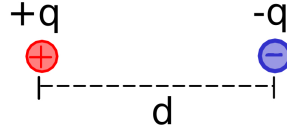


Figura 1.1: Diagrama de un dipolo eléctrico.

1.2.1 Potencial eléctrico debido a un dipolo eléctrico

Para describir el potencial eléctrico generado por el dipolo eléctrico, consideremos primero una situación general como la que se muestra en la Figura 1.2, donde r_1 y r_2 son las distancias de las cargas al punto P en donde se calculará el potencial eléctrico. La distancia r separa el punto medio entre las cargas y el punto P , la cual a su vez forma un ángulo θ con la línea que separa a las dos cargas. Entonces, este punto P se puede describir completamente por las coordenadas (r, θ) .

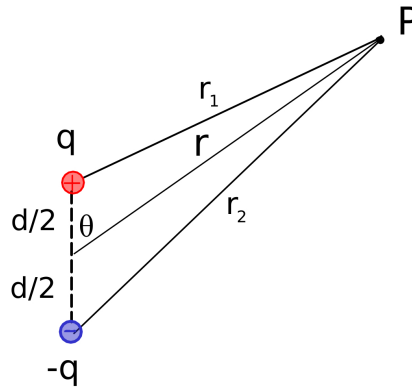


Figura 1.2: Descripción de las coordenadas para el cálculo del potencial de un dipolo eléctrico. La coordenada r mide la separación entre el punto medio que separa a las cargas y el punto P donde se calculará el potencial eléctrico. θ es el ángulo que se mide entre la línea que une a las cargas y el vector r .

El potencial eléctrico debido a las dos cargas en el punto P tiene la forma dada por:

$$\phi(r, \theta) = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2}. \quad (1.1)$$

Después de realizar algunos cálculos algebraicos para expresar r_1 y r_2 en función de la separación d entre cargas y las coordenadas (r, θ) , así como algunas aproximaciones adicionales, se obtiene que el potencial ϕ en el punto P está dado por:

$$\phi(r, \theta) = \frac{qd \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2}. \quad (1.2)$$

Los detalles del proceso para obtener este resultado, pueden ser consultados en [2].

1.2.2 Campo eléctrico generado por un dipolo eléctrico

Entre tanto, el campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P se puede deducir calculando el gradiente del potencial eléctrico dado en (1.2):

$$\vec{E} = -\nabla\phi(r, \theta), \quad (1.3)$$

lo que lleva a que el campo eléctrico adopte la forma descrita por:

$$\vec{E} = \frac{qd}{4\pi\epsilon r^3} (2\cos(\theta)\hat{r} + \sin(\theta)\hat{\theta}), \quad (1.4)$$

donde $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$ son los vectores unitarios que definen la dirección del campo. Los detalles matemáticos que llevan de la expresión (1.3) al resultado mostrado en (1.4) para el campo eléctrico, también pueden ser consultados en [2]. La Figura 1.3 muestra las líneas de campo eléctrico del dipolo que se pueden construir desde la expresión (1.4).

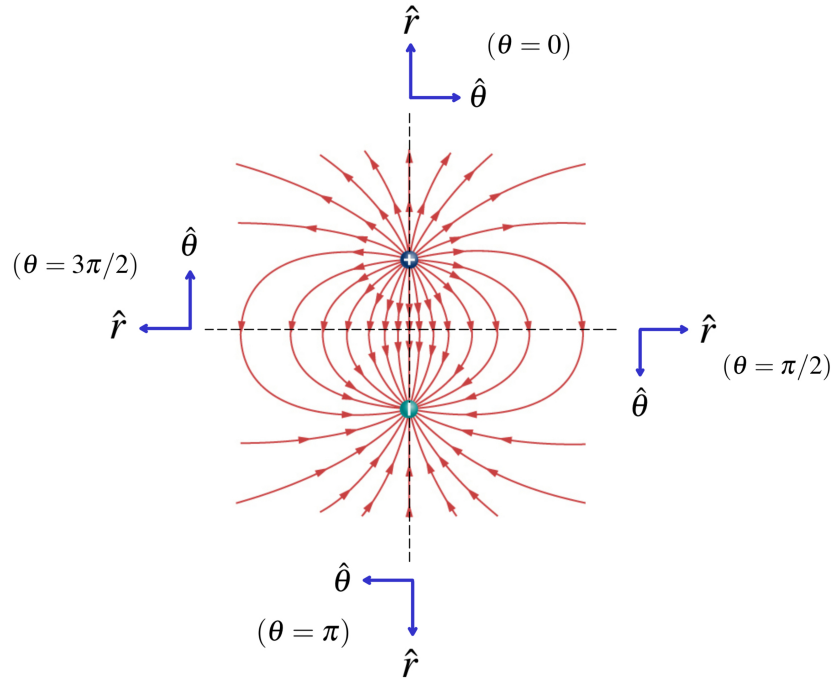


Figura 1.3: Líneas de campo eléctrico (en rojo) obtenidas con la ecuación (1.4). Se pueden observar también cuatro casos particulares para la dirección del campo, de acuerdo con el valor del ángulo θ .

Se pueden observar algunos casos particulares para valores del ángulo θ . Por ejemplo, si $\theta = 0$ o $\theta = \pi$, entonces:

$$\begin{aligned}\vec{E}(r,0) &= \frac{qd}{4\pi\epsilon r^3} (2\cos(0)\hat{r} + \sin(0)\hat{\theta}) = \frac{qd}{2\pi\epsilon r^3} \hat{r} \\ \vec{E}(r,\pi) &= \frac{qd}{4\pi\epsilon r^3} (2\cos(\pi)\hat{r} + \sin(\pi)\hat{\theta}) = -\frac{qd}{2\pi\epsilon r^3} \hat{r}\end{aligned}\quad (1.5)$$

Esto significa que el campo es radial en la dirección positiva cuando $\theta = 0$, y es radial en la dirección negativa cuando $\theta = \pi$, como se observa en la Figura 1.3. De forma similar, se puede mostrar que el campo eléctrico apunta en la dirección tangencial positiva cuando $\theta = \pi/2$ (es decir, que apunta en la misma dirección del vector unitario $\hat{\theta}$), y en la dirección tangencial negativa cuando $\theta = 3\pi/2$ (es decir, que apunta en la dirección opuesta al vector unitario $\hat{\theta}$).

1.2.3 Curvas equipotenciales para el dipolo

Las curvas (o superficies) equipotenciales para una distribución de carga, se definen como el conjunto de puntos (r, θ) para los cuales el potencial eléctrico ϕ toma un valor constante ϕ_0 . Esto quiere decir que si tomamos la expresión para el potencial dado en (1.2) y la igualamos al valor constante ϕ_0 :

$$\phi_0 = \frac{qd \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2}, \quad (1.6)$$

podemos entonces parametrizar las curvas equipotenciales despejando la distancia r , esto es:

$$r = r_0 \sqrt{\cos \theta}, \quad (1.7)$$

donde r_0 está definido por:

$$r_0 = \sqrt{\frac{qd}{4\pi\epsilon\phi_0}}. \quad (1.8)$$

La Figura (1.4) muestra las curvas equipotenciales (líneas continuas) que pueden ser construidas con ayuda de la expresión (1.7). Como se puede observar, estas curvas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campos eléctricos en cada punto.

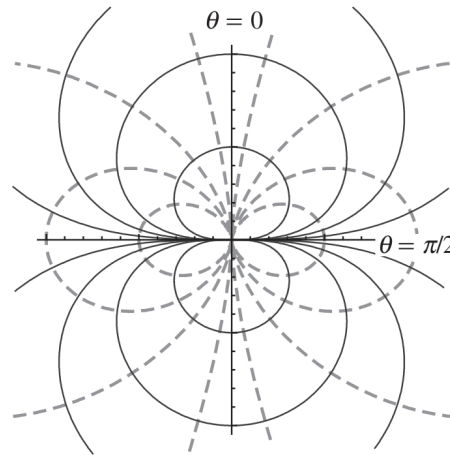


Figura 1.4: Líneas de campo y curvas equipotenciales para un dipolo eléctrico. (Imagen tomada de *Electricity and Magnetism* de E. Purcell y D. Morin [2])

1.3 Actividades Previas al Laboratorio

1. Escoja valores de θ en intervalos de 20° , tal que $-180^\circ < \theta < 180^\circ$, y con ellos llene la primera fila de la Tabla 1.1. Ahora, considere la ecuación (1.7) y suponga que $r_0 = 1$ m. Con esto, calcule r para cada uno de los valores θ de la primera fila de la Tabla 1.1, y consigne los resultados en la segunda fila.

ATENCIÓN!: Si el valor de $\cos \theta$ es negativo, entonces la raíz cuadrada en la ecuación 1.7 quedará indefinida. Para corregir esto, tome el valor absoluto de $\cos \theta$ ($|\cos \theta|$).

2. Con los valores de r calculados en el punto anterior, use las siguientes relaciones:

$$x = r \sin(\theta), \quad y = r \cos(\theta), \quad (1.9)$$

y consigne los valores de x y y en las dos últimas filas de la Tabla 1.1.

θ	-180°	-160°			$\dots$			160°	180°
$r[m]$	1								
$x[m]$	0								
$y[m]$	-1								

Tabla 1.1: Valores de las coordenadas (x,y) en función de θ .

3. Grafique los puntos (x,y) de las dos últimas filas y describa la imagen obtenida. Para ello, utilice una hoja electrónica, por ejemplo Microsoft Excel, e ingrese los datos y obtenga la gráfica xy (dispersión - solo puntos). También puede llevar directamente los valores obtenidos de (x,y) al procesador geométrico *GeoGebra*. Explique qué relación tiene esta imagen obtenida con la Figura 1.4.

1.4 Herramienta Virtual

Para la práctica virtual se hará uso del simulador disponible en el link

https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields_es.html

Si no puede ejecutar el simulador, asegúrese que su computador tenga instalada una versión reciente de Java Runtime Environment. Para descargar o actualizar una versión Windows, Mac o Linux visite el siguiente link:

<https://www.java.com/es/download/>

1.5 Toma y análisis de Datos

1. Identifique el entorno de trabajo del simulador (Figura 1.5). En la parte inferior del área de trabajo encontrará una caja fuentes de carga eléctrica de valor igual a 1 nC y de ambos signos, las cuales pueden ser arrastradas al área de trabajo. Allí mismo se dispone de un sensor de campo eléctrico (en color amarillo). En la parte superior derecha se cuenta con una caja de opciones para habilitar una rejilla, las líneas de campo eléctrico, las zonas de potencial eléctrico y los valores de estos últimos. Finalmente, una segunda caja aloja un medidor de distancias y un graficador de líneas equipotenciales.

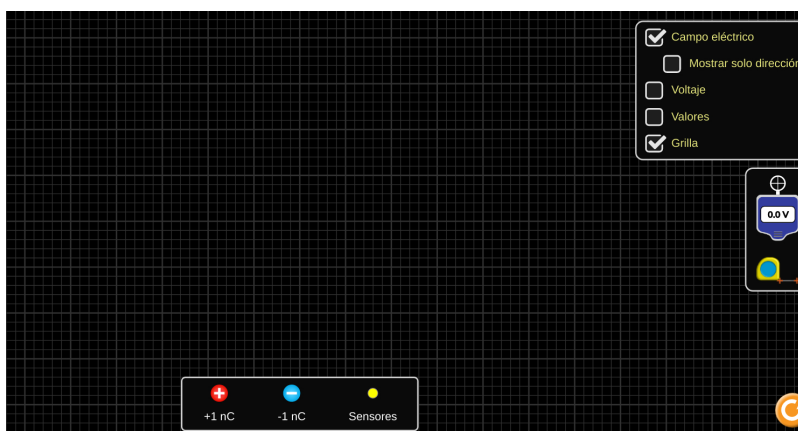


Figura 1.5: Elementos y controles en el área de trabajo del simulador

2. Habilite la rejilla como se muestra en la Figura 1.5. Luego coloque dos cargas de 1 nC y diferente signo, separadas por 50 cm como se ilustra en la Figura 1.6.

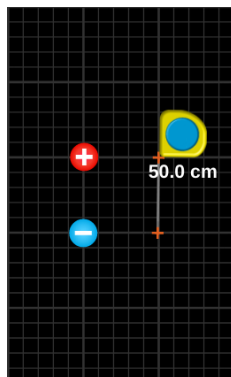


Figura 1.6: Elementos y controles en el área de trabajo del simulador

3. Dibuje dos curvas equipotenciales diferentes alrededor de cada carga. Un ejemplo de esta situación se indica en la Figura 1.7. Los valores de los potenciales que aparecen allí son sólo para ilustrar. Se pueden elegir valores diferentes con el graficador de líneas equipotenciales. Pero procure que las curvas equipotenciales dibujadas en el hemisferio superior tengan el mismo valor de potencial en el hemisferio inferior con signo opuesto. Haga una captura de pantalla del resultado de este ejercicio.

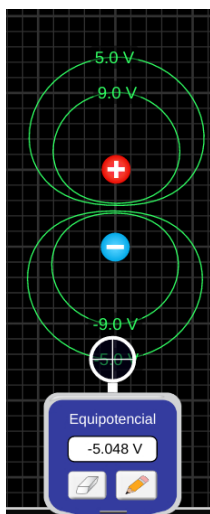


Figura 1.7: Ejemplo de la construcción de las curvas equipotenciales para el dipolo eléctrico usando el graficador de curvas equipotenciales del simulador.

4. A continuación, se debe reproducir matemáticamente cada una de las dos curvas equipotenciales en el hemisferio superior y en el hemisferio inferior que se obtuvieron en el punto anterior. Para ello, anote los valores que usó en el simulador tales como:
 - Valor absoluto de la carga eléctrica q .

- Distancia de separación d de las cargas.
 - El valor del potencial ϕ_0 que define a cada curva equipotencial (que en el caso del ejemplo ilustrado en la Figura 1.7 serían $\phi_0 = 5 \text{ V}$ y $\phi_0 = 9 \text{ V}$).
5. Calcule entonces los valores respectivos de r_0 para cada una de las dos curvas equipotenciales usando la ecuación (1.8).
 6. Escoja al menos 40 valores de θ tales que $-180^\circ < \theta < 180^\circ$. Se sugiere que se elijan aproximadamente el mismo número de valores positivos y negativos de θ . Use entonces la ecuación (1.7) usando el primer valor de r_0 para completar la segunda fila en la Tabla 1.2. Este es un ejercicio similar al realizado en el punto 1 de la sección de *Actividades Previas al Laboratorio*. Por lo tanto, no olvide tener en cuenta la advertencia hecha sobre el signo de $\cos \theta$, y construya los valores de las coordenadas (x, y) de la misma manera en que se realizó en aquel apartado y complete las dos últimas filas de la Tabla 1.2.

$\theta[\text{rad}]$									
$r[\text{m}]$									
$x[\text{m}]$									
$y[\text{m}]$									

Tabla 1.2: Valores de las coordenadas (x, y) en función de θ para el **primer** potencial eléctrico ϕ_0 , o lo que es equivalente, para el primer valor de r_0 .

7. Repita el punto anterior, pero esta vez para el segundo valor de r_0 , y complete todo en la Tabla 1.3

$\theta[\text{rad}]$									
$r[\text{m}]$									
$x[\text{m}]$									
$y[\text{m}]$									

Tabla 1.3: Valores de las coordenadas (x, y) en función de θ para el **segundo** potencial eléctrico ϕ_0 , o lo que es equivalente, para el segundo valor de r_0 .

8. Dibuje las coordenadas (x, y) de las Tablas 1.2 y 1.3 en un solo gráfico. Para ello puede usar una hoja de cálculo.
9. Describa el resultado de esta gráfica y compare con las curvas equipotenciales que fueron construidas con el simulador.

Bibliografía

- [1] Evidence for van der waals adhesion in gecko setae. *Nature*, August 2002.
- [2] E.M. Purcell and D.J. Morin. *Electricity and Magnetism*. Electricity and Magnetism. Cambridge University Press, 2013.

BIBLIOGRAFÍA

11

- [3] H.D. Young, A.L. Ford, and R. Freedman. *Sears and Zemansky's University Physics*. Addison Wesley, 2007.